

基于有限元的流固共轭传热程序开发验证*

苏庆吉¹, 李万爱¹, 刘骁²

1. 中山大学中法核工程与技术学院, 广东 珠海 519082
2. 中国空气动力研究与发展中心计算空气动力研究所, 四川 绵阳 621000

摘要: 为实现对共轭传热问题的仿真研究, 本文基于有限元算法在 MOOSE 平台下开发一套用于流固共轭传热问题的计算程序。该程序采用传统连续伽辽金有限元法求解固体区域的结构传热问题, 引入 SUPG/PSPG 稳定算法以解决流体对流-扩散方程中因对流占主导造成的振荡问题以及速度压力失耦问题, 采用 $k-\omega$ 湍流模型进行湍流流动求解。对于全场的共轭传热问题, 程序采用全耦合隐式格式进行求解。通过与文献中实验及理论结果对比, 证明了该程序对于基本流动以及共轭传热问题计算的正确性。研究结果表明, 程序计算结果与实验数据、DNS 等结果表现出良好的一致性。本研究开发的程序具备不可压流动换热、固体传热、共轭传热等问题的计算能力。

关键词: 共轭传热; 有限元方法; 多物理场耦合; 湍流模型; 验证与确认

中图分类号: TL334 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2023)04-0108-08

Development and verification of conjugate heat transfer program based on finite element method

SU Qingji¹, LI Wanai¹, LIU Xiao²

1. Sino-French Institute of Nuclear Engineering and Technology, Sun Yat-sen University, Zhuhai 519082, China
2. Institute of Computational Aerodynamics, China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang 621000, China

Abstract: In order to simulate the conjugate heat transfer problem; a calculation program for simulating fluid-solid conjugate heat transfer problems is developed on the MOOSE platform based on the finite element algorithm. The traditional continuous Galerkin finite element method is used to solve the structural heat transfer problem in the solid region. The SUPG/PSPG stabilization algorithm is introduced to solve the oscillation problem caused by convection-dominated equation of flow and the problem of velocity and pressure decoupling. The $k-\omega$ turbulence model is used to solve the turbulent flow. For the conjugate heat transfer problem in the whole field, the program uses a fully coupled implicit scheme to solve it. The program is validated by comparing with the experimental and theoretical results for basic flow and conjugate heat transfer cases. The results show that the calculation results are in good agreement with the experimental data and DNS results. Therefore, the program developed in this study has the ability to compute incompressible flow with heat transfer, solid heat transfer, conjugate heat transfer, and related problems.

Key words: conjugate heat transfer; finite element method; multi-physical field coupling; turbulence modeling; validation and verification

* 收稿日期: 2023-01-16 录用日期: 2023-02-27 网络首发日期: 2023-04-10

基金项目: 国家数值风洞外协项目(NNW2020-JT01-037); 国家自然科学基金(11872383)

作者简介: 苏庆吉(1997年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: suqj5@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 李万爱(1985年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: liwai@mail.sysu.edu.cn

共轭传热问题常见于反应堆热工水力等诸多领域(Cong et al., 2022)。共轭传热问题中流体域的流动换热过程与固体域的热传导过程有着紧密联系、相互影响的特点, 因此共轭传热问题的数值分析研究是一个长久以来的研究热点。

近几十年来随着计算机技术的发展, 采用CFD方法开展共轭传热问题的研究日益增多。开发高可信度数学模型与高精度数值算法的研究也一直吸引着广大研究人员。在同阶情形下, 有限元方法会利用到周围更多的节点信息, 精度会更高, 因此属于高精度一类算法, 且在低质量混合网格下不会因重构等过程造成明显的精度下降。有研究采用耦合模型基于流线迎风有限元在二维三角形网格中实现了分离式求解共轭传热问题(Wansophark et al., 2005; Malatip et al., 2006), 在低雷诺数下预测精度良好。目前对共轭传热问题的有限元算法研究中以低雷诺数为主, 对于工程中高雷诺数情形下研究较少。

本文基于有限元算法在MOOSE框架(Permann et al., 2020)下开发了一套求解共轭传热问题的程序。程序对固体热传导问题采用连续有限元方法求解, 对流体流动采用PSPG算法解决流体域的速度—压力失耦问题并采用SUPG算法处理对流占主导而造成的振荡问题, 对湍流问题引入 $k-\omega$ 模型进行求解, 最后利用全耦合隐式的算法求解全场的固体传热及流动传热问题。

1 数值模型

共轭传热问题包含流体域的流动换热及固体域的热传导两个过程(图1), 并且这两个过程会通过能量方程相互影响, 对于这一类强耦合问题的模拟常见有两种策略(Radenac et al., 2014; Veeraragavan et al., 2016), 分别是紧耦合与松耦合策略。

松耦合的方法是不同区域采用不同的求解器进行独立求解, 流体和固体的有限元离散分别形成两个线性方程组求解, 然后在一个时间步或者

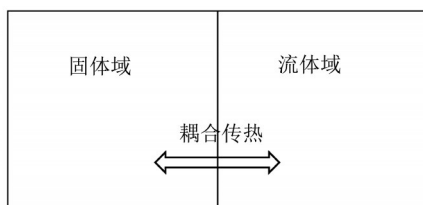


图1 共轭传热示意图

Fig. 1 Schematic diagram of conjugate heat transfer

一个迭代步后交换不同区域交接面处的相关信息, 计算域交接面处被看成是边界条件进行处理。而紧耦合就是将不同区域的物理问题全场耦合计算, 对于温度这一类共有变量在交界面处仅需储存一组数据, 最终流体和固体的有限元离散形成一个统一的大线性方程组进行求解。

本文基于有限元算法采用全场紧耦合的策略进行开发, 如图2所示, 有限元算法中可取自由度于网格节点上, 因此对于温度这一类公共变量在流体域与固体域的交界面上仅需储存一组数据, 耦合求解后的结果将会自然地满足交界面两侧的热流密度连续性特征(Wansophark et al., 2005), 相对于传统的有限体积算法, 可以从根本上避免交界面两侧的偏心重造成造成的精度下降问题。

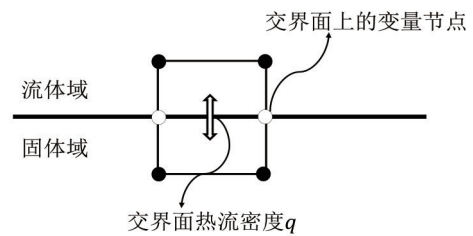


图2 共轭传热示意图

Fig. 2 Schematic diagram of conjugate heat transfer

本研究采用的模型与算法在MOOSE框架下进行开发, 采用牛顿迭代法对离散后的非线性方程组进行线性化, 为准确高效构造雅可比矩阵, 采用自动微分方法(Lindsay et al., 2021)进行, 最后调用科学计算工具包PETSc进行线性方程组求解。

1.1 固体域热传导模型

对于存在内热源的固体域热传导问题控制方程为

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + S, \quad (1)$$

式中 T 为温度; S 为体积释热率; κ 为热传导系数; ρ 为密度; c_p 为定压比热容; t 为时间。

1.2 流体域流动换热模型

对于流体域, 根据质量守恒、动量守恒以及能量守恒律, 通过雷诺平均假设并引入Boussinesq近似后, 得到雷诺平均的Navier-Stokes方程组

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \\ \rho \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right] = \rho \mathbf{f} - \nabla P + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_t), \\ \rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T \right] = \nabla \cdot [\kappa_{\text{eff}} \nabla T], \end{cases} \quad (2)$$

式中 \mathbf{U} , P , T 分别为速度矢量、压力和温度的时

均量; $\tau = \mu(\nabla U + \nabla U^T)$ 和 $\tau_i = \mu_i(\nabla U + \nabla U^T)$ 分别为层流和湍流雷诺应力张量; 有效传热系数 $\kappa_{\text{eff}} = \kappa + \kappa_t$, κ_t 和 μ_t 分别是湍流热传导系数和湍流动力黏性系数, 其中 $\kappa_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$, Pr_t 为湍流普朗特数; f 为体积力。

1.3 k - ω 湍流模型

对于经过雷诺平均假设和 Boussinesq 近似后的 Navier-Stokes 方程组及能量方程, 需采用湍流模型对整体方程组进行封闭, 本文采用两方程湍流模型 k - ω 模型计算。

k - ω 湍流模型中湍流方程为

$$\begin{cases} \rho \left[\frac{\partial k}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) k \right] = P - \beta^* \rho \omega k + (\mu + \sigma_k \mu_t) \nabla^2 k, \\ \rho \left[\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \omega \right] = \frac{\gamma \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \nabla^2 \omega, \end{cases} \quad (3)$$

式中 k 和 ω 分别为湍动能和比耗散率; γ , β^* , β , σ_k 及 σ_ω 为经验常数, 分别取 $\gamma = \frac{13}{25}$, $\beta^* = \beta_0^* f_\beta$, $\beta = \beta_0 f_\beta$, $\sigma_k = 0.5$, $\sigma_\omega = 0.5$, 其中 $\beta_0 = \frac{9}{125}$, $\beta_0^* = 0.09$, 式中及参数中的辅助函数如下:

$$\begin{aligned} P &= \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \\ f_\beta &= \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega}, \\ \chi_\omega &= \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right|, \\ \Omega_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \\ \begin{cases} f_{\beta^*} = 1, & \chi_k \leq 0, \\ f_{\beta^*} = \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2}, & \chi_k > 0, \end{cases} \\ \chi_k &= \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \\ \tau_{ij} &= \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \\ S_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \\ \delta_{ij} &= \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j. \end{cases} \end{aligned}$$

1.4 固体域与流体域的有限元离散

对于流体区域 Ω_f , 连续性方程采用连续有限

元离散后弱形式为

$$\int_{\Omega_f} \psi \nabla \cdot \mathbf{U} d\Omega = 0, \quad (4)$$

其中 ψ 为权函数。

动量方程采用连续有限元离散, 并对黏性项进行一次分部积分后弱形式为

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \psi \left\{ \rho \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right] - \rho \mathbf{f} + \nabla P \right\} \\ + \psi (\tau + \tau_i) d\Omega - \int_{\partial \Omega_f} \psi (\tau + \tau_i) \cdot \mathbf{n} dS = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{n} 为积分面的向外法线方向的单位矢量。

对于以上 RANS 方程组弱形式表达中, 传统 Galerkin 有限元的近似解按自由度可展开为

$$\begin{cases} P = \sum_{j=1}^N P_j N_j(\mathbf{x}), \\ \mathbf{U} = \sum_{i=1}^N U_i N_i(\mathbf{x}), \\ T = \sum_{j=1}^N T_j N_j(\mathbf{x}), \end{cases} \quad (6)$$

其中 N 为自由度个数, 本文采用的线性单元将自由度取为网格的顶点, $N_j(\mathbf{x})$ 为形函数。

对于 RANS 方程组中的连续性方程采用 PSPG 算法 (Hughes et al., 1986a; Tezduyar et al., 1991; Tezduyar et al., 1992), 则式(4)变为

$$\int_{\Omega_f} \tau_{\text{pspg}} \nabla \psi \cdot \mathbf{F}(\mathbf{U}) + \rho \psi \nabla \cdot \mathbf{U} d\Omega = 0. \quad (7)$$

Galerkin 有限元方法将权函数 ψ 分别取为形函数 $N_j(\mathbf{x})$, $j = 1, \dots, n$, 进而得到求解自由度的线性方程组, 其中

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \rho \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} - \rho \mathbf{f} + \nabla P + \nabla \cdot (\tau + \tau_i) \right]. \quad (8)$$

对于 RANS 方程组中的动量方程采用 SUPG 算法 (Brooks et al., 1982; Hughes et al., 1986a; Hughes et al., 1986b), 则式(5)变为

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \tau_{\text{supg}} \mathbf{U} \cdot \nabla \psi \mathbf{F}(\mathbf{U}) d\Omega \\ + \int_{\Omega_f} \psi \left\{ \rho \left[\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} \right] - \rho \mathbf{f} + \nabla P \right\} \\ + \psi (\tau + \tau_i) d\Omega - \int_{\partial \Omega_f} \psi (\tau + \tau_i) \cdot \mathbf{n} dS = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

根据 Peterson et al. (2018) 和 Tezduyar et al. (2003), 式(7)和(9)中稳定项的系数 τ_{pspg} 和 τ_{supg} 分别取为

$$\tau_{\text{pspg}} = \tau_{\text{supg}} = \alpha \left[\left(\frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left(\frac{2|U|}{h} \right)^2 + 9 \left(\frac{4\nu}{h^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

其中 Δt 和 h 分别为时间步长和网格特征尺寸, $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ 为运动黏性系数, $0 \leq \alpha \leq 1$ 是可人工选择的参数, 本文取为 1.

能量方程包含固体区域和流体区域的能量方程, 由于采用全场紧耦合做法, 需要对固体域和流体域同时积分计算, 即

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \psi \left[\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + S \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_t} \psi \left[\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T \right] \right. \\ & \left. - \nabla \cdot [\kappa_{\text{eff}} \nabla T] \right] d\Omega = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

对固体域采用一次分部积分和对流体区域采用一次分部积分并引入 SUPG 算法离散后, 得到

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \psi \left[\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - S \right] d\Omega + \int_{\Omega} \kappa \nabla \psi \cdot \nabla T d\Omega \\ & - \int_{\partial\Omega_t} \psi \kappa \nabla T \cdot \mathbf{n} d\Omega + \int_{\Omega_t} \tau_{\text{supg}} \mathbf{U} \cdot \nabla \psi F(T) d\Omega \\ & + \int_{\Omega_t} \psi \left[\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T \right] \right] d\Omega \\ & + \int_{\Omega_t} \kappa_{\text{eff}} \nabla \psi \cdot \nabla T d\Omega - \int_{\partial\Omega_t} \psi \kappa_{\text{eff}} \nabla T \cdot \mathbf{n} d\Omega = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$F(T) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) T - \nabla \cdot (\kappa_{\text{eff}} \nabla T) + S. \quad (12)$$

此时, 温度场将会在全场进行紧耦合求解, 并且流体域与固体域的交界面两侧热流密度自然地满足连续性。

对于湍流方程等其他对流-扩散-反应类方程均采用 SUPG 算法 (Joshi et al., 2017; Carrier et al., 2021), 均按动量方程及能量方程格式类比构造。

2 数值模型的验证

2.1 二维零压力梯度平板验证

零压力梯度平板算例常用于新湍流模型的验证。如图 3 所示, 该算例描述流体经过一块长度为 2 m 的平板, 计算域向前延伸 0.2 m。设置入口速度 u 为 1 m/s, 设置动力黏性系数 μ 为 2×10^{-7} kg/(m·s), 以满足雷诺数 $Re = 5 \times 10^6$ 要求。

理论上无量纲速度 u^+ 与无量纲距离 y^+ 之间满足如下关系

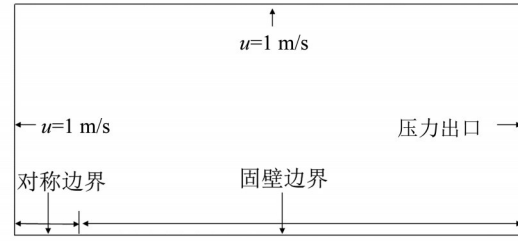


图3 二维零压梯度平板验证算例示意图

Fig. 3 Schematic diagram of 2D zero pressure gradient flat plate verification case

$$u^+ = \begin{cases} y^+, & y^+ < 10.8, \\ \frac{1}{\kappa_a} \log y^+ + B, & y^+ \geq 10.8, \end{cases}$$

其中 $\kappa_a = 0.41$, $B = 5.0$.

图 4 所示为本文程序计算结果、理论上的边界层无量纲速度剖面及直接数值模拟 (DNS) 结果 (Wu et al., 2009) 对比, 结果显示计算符合良好, 程序计算正确, 符合物理结果。

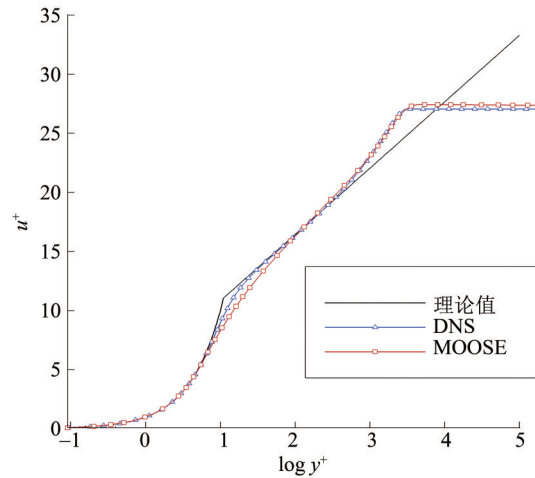


图4 计算结果、理论数据及DNS结果对比图

Fig. 4 Comparison figure of calculated results, theory data and DNS results

2.2 后台阶流动验证

后向台阶流动常用于测试湍流模拟程序的能力。根据 Driver et al. (1985), 设置模型如图 5 所示, 雷诺数满足 $Re_H = 5 \times 10^6$, 其中 $H = 1$. 为保证来流充分发展为湍流, 设置前台长度为 $110H$.

图 6 所示为后台底部压力分布的当前计算结果与 Driver et al. (1985) 中实验结果对比。从图 6 中可以看出结果的一致性表现良好。图 7 所示为残差收敛曲线, 可见残差下降近 18 个量级, 达到机器零状态, 收敛性良好。

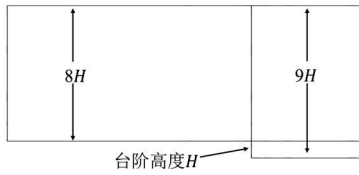


图 5 后向台阶模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of 2D backward facing step model

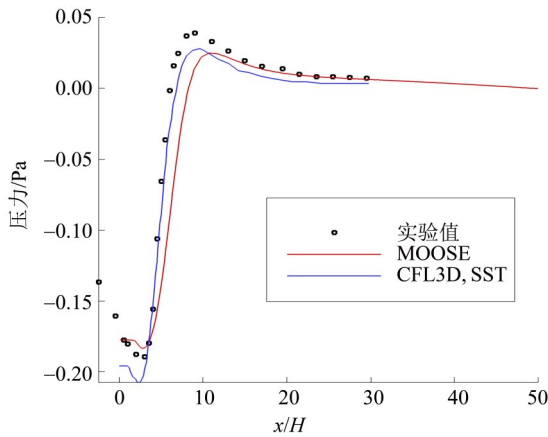


图 6 计算结果与实验数据对比图

Fig. 6 Comparison figure of calculated results and experiment data

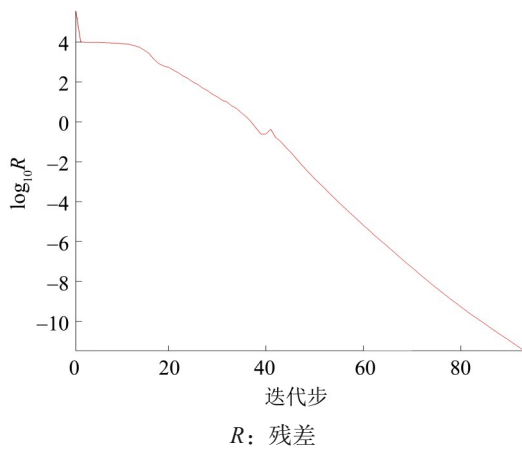


图 7 残差收敛曲线

Fig. 7 Residual convergence curve

2.3 共轭传热模型验证

为了验证共轭传热计算模型的正确性与有效性, 选取二维逆流热交换器中的共轭传热问题。如图 8 所示, 该换热器由两个平行流体通道组成, 通道长度 $L = 1 \text{ m}$, 通道中间由金属板隔开, 通道高度 $\delta_1 = \delta_3 = 0.1 \text{ m}$, 金属板厚度 $\delta_2 = 0.1 \text{ m}$ 。流体域和固体域计算参数如表 1 所示。

如图 9 所示, 取 $x=L/2$ 位置的温度计算结果, 与文献(Wansophark et al., 2005)中数据以及 Fluent 软件计算结果进行对比, 计算结果一致性良好。

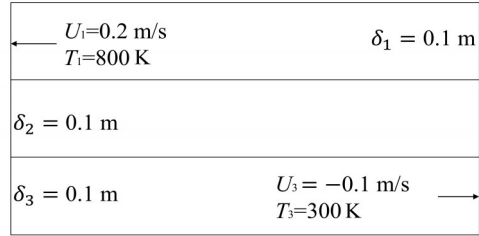


图 8 二维热交换器模型示意图

Fig. 8 Schematic diagram of 2D heat exchanger model

表 1 模拟中的操作参数表

Table 1 Operating conditions used in the numerical simulations

参数	固体区域值	流体区域值
$U_1/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$		0.2
T_1/K		800
$U_3/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$		0.1
T_3/K		300
密度/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	8 000	1 000
热传导系数/ $(\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	50	10
比热容/ $(\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	500	25
动力黏度/ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$		0.15

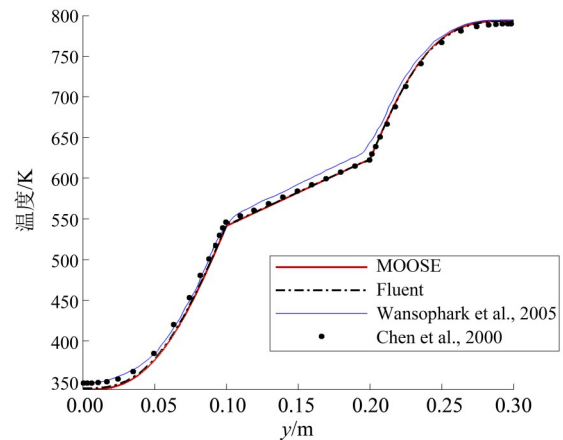


图 9 结果对比

Fig. 9 Comparison of the results

通常情况下, 有限体积法相较有限元法复杂度更低, 因此有限体积法计算速度也相对会更快。本文在同一设备下, 选取串行与不同核数并行的条件, 求解该问题至残差收敛到机器零状态, 对比当前 MOOSE 计算时间与商业软件 Fluent 计算耗时。如表 2 所示, 从对比结果看, 反而有限元方法比有限体积法计算更快, 这主要是因为紧耦合法相对松耦合法计算效率更高, 这也是紧耦合模型的优势所在。如图 10 所示为残差收敛曲线, 可见紧耦合法也具有快速收敛的优势, 但紧耦合法的

也存在缺点, 一方面内存消耗更高, 另一方面当问题复杂度升高时, 大型线性方程组求解困难可能会给整体求解带来一定的困难。

表2 计算时间对比

核数	MOOSE	Fluent
1	29.3	262.5
2	16.6	185.2
4	11.9	162.8

3 整体验证

为了验证程序对湍流下共轭传热问题的计算能力, 本文选取文献(Lefhalm et al., 2004)中的实验作为参考。图11所示为腔体的中心截面示意图, 腔体直径为60.25mm, 腔体外部维持绝热, 内部有一直径为8.2mm的固定铝制加热棒。液态铅铋合

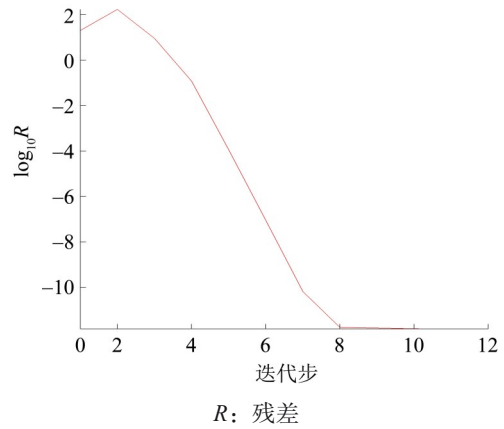


图10 残差收敛曲线

Fig. 10 Residual convergence curve

金从左侧进入环形腔体, 沿图示方向流动, 入口段长度为1800mm。加热棒前端有52.6mm的绝热部分, 棒头为圆锥体尖头。红色部分为长228mm的加热段, 加热段后有300mm的绝热出口段。根据实验数据, 设置加热功率为 $1.66 \times 10^8 \text{ W/m}^3$ 。

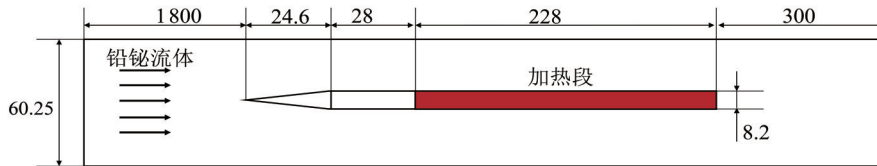


图11 铅铋流动换热实验模型示意图(单位:mm)

Fig. 11 Schematic diagram of experiment model for LBE flow (unit: mm)

针对于铅铋共晶合金的物性参数受温度影响较大的特点, 引入热物性参数与温度的关系(Zeng et al., 2022), 如表3所示。

表3 LBE物性参数设置

Table 3 Parameter settings for the LBE property

参数	数值
密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	$11096 - 1.36T$
热传导系数/($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	$3.61 + 0.01517T - 1.741 \times 10^{-6}T^2$
比热容/($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	$159 - 2.72 \times 10^{-2}T + 7.12 \times 10^{-6}T^2$
动力黏度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$)	$4.94 \times 10^{-4} \exp\left(\frac{754.1}{T}\right)$

根据Cheng et al.(2006), 铅铋合金的湍流普朗特数为

$$Pr_t = \begin{cases} 4.12, & Pe \leq 1000, \\ \frac{0.01Pe}{[0.018Pe^{0.8} - (7.0 - A)]^{1.25}}, & 1000 < Pe \leq 6000. \end{cases}$$

其中

$$A = \begin{cases} 4.5, & Pe \leq 1000, \\ 5.4 - 9 \times 10^{-4}Pe, & 1000 < Pe \leq 2000, \\ 3.6, & Pe > 2000, \end{cases}$$

式中 Pe 为佩克莱数。

图12为加热段沿管道沿直径位置切片速度与温度云图。从图12中可以看出管道外侧(云图上方一侧)速度边界层比管道内侧(云图下方一侧)速度边界层更厚, 一方面这是因为充分发展的来流在中心速度较大, 另一方面是因为管道外侧湍流更强。图13所示为 $x=114 \text{ mm}$ 处径向速度与温度变化曲线对比, 从图13中可以看出程序计算结果与文献中实验结果误差在合理范围内; 图14所示为不同测点的计算值与实验值对比, 可以看出程序对速度及温度预测精度良好。综上可说明程序能够用于计算铅铋流体的共轭传热问题。

4 结论

本文基于有限元算法, 开发了一套用于模拟共

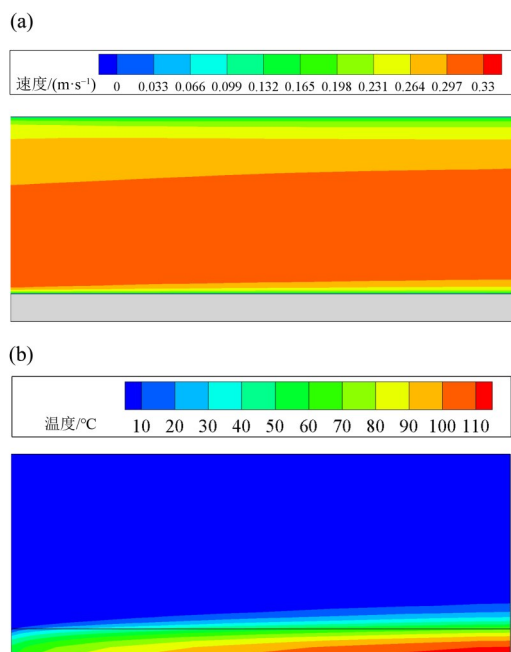


图 12 加热段速度(a)及温度(b)云图
Fig. 12 Contour of heating section velocity (a) and temperature(b)

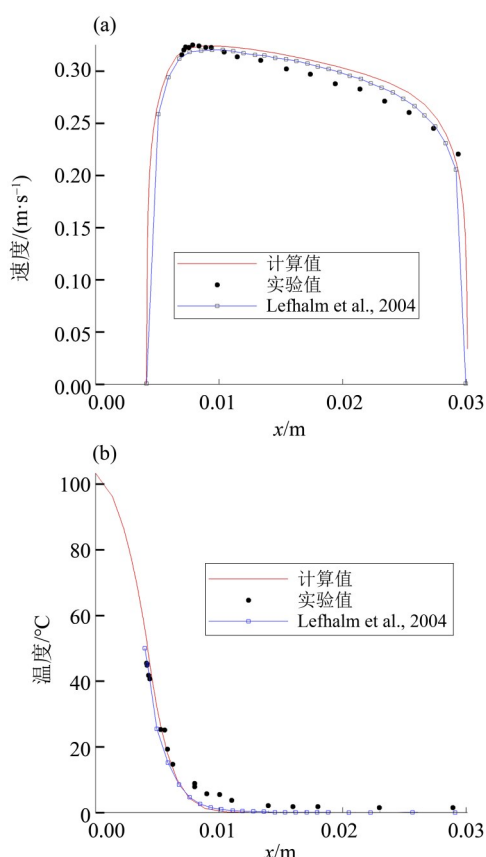


图 13 $x=114$ mm 处径向速度(a)及温度(b)的程序计算结果与实验数据对比
Fig. 13 Comparison of calculated results and experiment data for velocity(a) and temperature(b) at $x=114$ mm

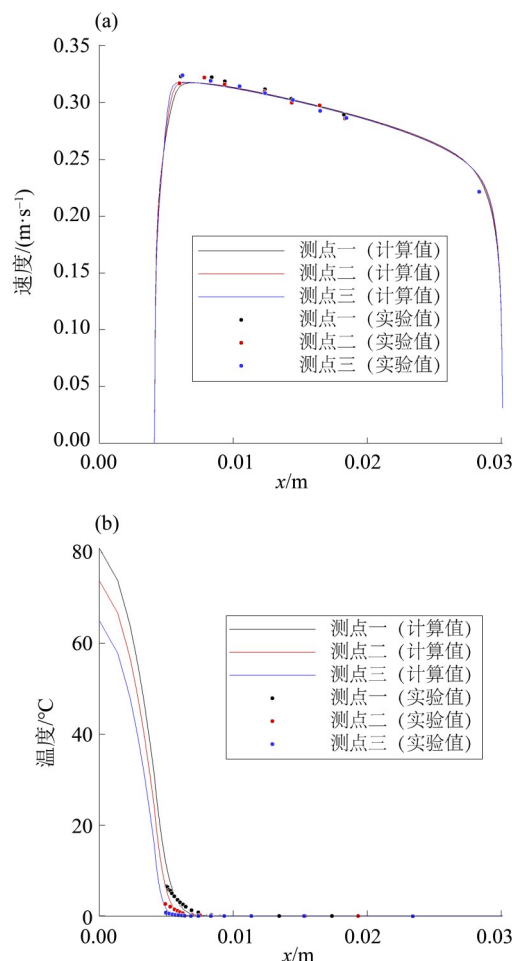


图 14 不同测点径向速度(a)及温度(b)的程序计算结果与实验数据对比

Fig. 14 Comparison of calculated results and experiment data for velocity(a) and temperature(b) at different measuring points

热传导问题的有限元 CFD 程序，程序采用了全耦合隐式计算方法，通过本文研究，得到如下结论：

- 1) 基于有限元实现了计算共轭传热问题中湍流问题的 $k-\omega$ 模型，确认了迎风有限元算法在以 RANS 方程组为代表的复杂对流-扩散方程中实施方案；
- 2) 本文开发的程序具备对不可压缩流动换热、固体传热、共轭传热等问题的计算能力；
- 3) 本文采用全耦合隐式求解共轭传热问题，可以自然地满足流固交界面两侧热流密度连续性，无需对热流密度进行偏心重构，可避免因重构造成的精度下降问题。

本文采用有限元方法开发的程序可用于其他低速流动换热及共轭传热系统的仿真计算，本文工作完成了程序的验证确认工作。对于更深入的不确定度量化工作，仍需要进一步的研究，后续可添加更多数值模型，以丰富该程序在相关领域的计算功能。

参考文献:

- BROOKS A N, HUGHES T J R, 1982. Streamline upwind/Petrov-Galerkin formulations for convection dominated flows with particular emphasis on the incompressible Navier-Stokes equations [J]. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 32(1/2/3): 199-259.
- CARRIER A, 2021. Finite element implementation of $k-\omega$ SST with automatic wall treatment and adjoint-based mesh adaptation [J]. *Int J Numer Methods Fluids*, 93(3): 703-719.
- CHEN X, HAN P, 2000. A note on the solution of conjugate heat transfer problems using SIMPLE-like algorithms [J]. *Int J Heat Fluid Flow*, 21(4): 463-467.
- CHENG X, TAK N I, 2006. Investigation on turbulent heat transfer to lead-bismuth eutectic flows in circular tubes for nuclear applications [J]. *Nucl Eng Des*, 236(4): 385-393.
- CONG T, ZHANG R, WANG B, et al, 2022. Single-phase flow in helical cruciform fuel assembly with conjugate heat transfer [J]. *Prog Nucl Energy*, 147: 104199.
- DRIVER D M, SEEGMILLER H L, 1985. Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow [J]. *AIAA J*, 23(2): 163-171.
- HUGHES T J R, FRANCA L P, BALESTRA M, 1986a. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: V. Circumventing the babuška-brezzi condition: A stable Petrov-Galerkin formulation of the stokes problem accommodating equal-order interpolations [J]. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 59(1): 85-99.
- HUGHES T J R, MALLETT M, 1986b. A new finite element formulation for computational fluid dynamics: III. The generalized streamline operator for multidimensional advective-diffusive systems [J]. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 58(3): 305-328.
- JOSHI V, JAIMAN R K, 2017. A positivity preserving variational method for multi-dimensional convection-diffusion-reaction equation [J]. *J Comput Phys*, 339: 247-284.
- LEFHALM C H, TAK N I, PIECHA H, et al, 2004. Turbulent heavy liquid metal heat transfer along a heated rod in an annular cavity [J]. *J Nucl Mater*, 335(2): 280-285.
- LINDSAY A, STOGNER R, GASTON D, et al, 2021. Automatic differentiation in MetaPhysicL and its applications in MOOSE [J]. *Nucl Technol*, 207(7): 905-922.
- MALATIP A, WANSOPHARK N, DECHAUMPHAI P, 2006. Combined Streamline Upwind Petrov Galerkin method and segregated finite element algorithm for conjugate heat transfer problems [J]. *J Mech Sci Technol*, 20(10): 1741-1752.
- PERMANN C J, GASTON D R, ANDRŠ D, et al, 2020. MOOSE: Enabling massively parallel multiphysics simulation [J]. *SoftwareX*, 11: 100430.
- PETERSON J W, LINDSAY A D, KONG F, 2018. Overview of the incompressible Navier-Stokes simulation capabilities in the MOOSE framework [J]. *Adv Eng Softw*, 119: 68-92.
- RADENAC E, GRESSIER J, MILLAN P, 2014. Methodology of numerical coupling for transient conjugate heat transfer [J]. *Comput Fluids*, 100: 95-107.
- TEZDUYAR T E, 1991. Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations [J]. *Adv Appl Mech*, 28: 1-44.
- TEZDUYAR T E, MITTAL S, RAY S E, et al, 1992. Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements [J]. *Comput Methods Appl Mech Eng*, 95(2): 221-242.
- TEZDUYAR T, SATHE S, 2003. Stabilization parameters in SUPG and PSPG formulations [J]. *J Comput Appl Math*, 4(1): 71-88.
- VEERARAGAVAN A, BERI J, GOLLAN R J, 2016. Use of the method of manufactured solutions for the verification of conjugate heat transfer solvers [J]. *J Comput Phys*, 307: 308-320.
- WANSOPHARK N, MALATIP A, DECHAUMPHAI P, 2005. Streamline upwind finite element method for conjugate heat transfer problems [J]. *Acta Mech Sinica*, 21(5): 436-443.
- WU X, MOIN P, 2009. Direct numerical simulation of turbulence in a nominally zero-pressure-gradient flat-plate boundary layer [J]. *J Fluid Mech*, 630: 5-41.
- ZENG Y, MING P, LI F, et al, 2022. Thermal hydraulic characteristics of spiral cross rod bundles in a lead-bismuth-cooled fast reactor [J]. *Ann Nucl Energy*, 167: 108850.

(责任编辑 张冰)